a

Ułamki dziesiętne

Życie z ułamkami zwykłymi byłoby bardzo ciężkie i smutne. Wystarczy wyobrazić sobie konkurs na top modelkę, w którym komisja spisywałaby wymiary kandydatek:

Krystyna, lat 29, wzrost: cm, waga: kg, biust: cm, talia: cm, biodra: cm. Bożena, lat 21, wzrost: cm, waga: kg, biust: cm, talia: cm, biodra: cm.

Obok stolika jurorów urzęduje sztab matematyków, którzy sprowadzają wszystkie parametry do wspólnego mianownika, a następnie porównują liczniki biustu, talii i bioder. Da się z tym żyć, jednak co to za życie.

Nowe spojrzenie

Intuicje

W praktyce zależy nam na tym, aby jeden rzut oka na liczbę wystarczył, by ocenić, czy jest ona duża, czy mała. Porównywanie liczb naturalnych jest stosunkowo łatwe: wystarczy spojrzeć, która liczba ma więcej cyfr, a jeśli mają ich tyle samo, analizujemy obydwie od lewej cyfra po cyfrze i szukamy tej większej. Analogiczną metodę można wprowadzić do zapisu ułamków.

W tym celu stosuje się przecinek. Liczbę zapisaną w postaci

21,7

rozumiemy jako ułamek . Możemy też użyć zapisu w formie liczby mieszanej:

Liczba

0,74

Oznacza ułamek lub ekscentrycznie zapisaną liczbę mieszaną .

Liczba zapisana za pomocą przecinka zawsze zawiera ułamek, którego mianownik to 10, 100, 1000 lub inna jedynka i zera. Zer zawsze będzie tyle, ile cyfr występuje po przecinku.

* 0,873 =
* 37,843 =
* 0,000001

Liczba zapisana za pomocą przecinka to właśnie ułamek dziesiętny. Ułamki dziesiętne dominują w fizyce i naukach technicznych. Matematyka jest jedyną dziedziną życia, w której ułamki zwykłe stosuje się częściej niż dziesiętne.

Nazewnictwo

Intuicje

Bardzo często zamiast przecinka stosuje się kropkę. W przestarzałych źródłach możemy znaleźć słowo „koma” (ang. comma - przecinek) zaznaczające pozycję przecinka. Dziś zamiast czytać 1,67 jako „jeden koma sześćdziesiąt siedem” mówimy „jeden przecinek sześćdziesiąt siedem” albo profesjonalniej „jeden i sześćdziesiąt siedem setnych”.

Ułamki dziesiętne to najbardziej oczywiste rozszerzenie liczb naturalnych. Liczba zapisana jest za pomocą serii cyfr od lewej do prawej. Cyfry te mają swoje nazwy – idąc w lewo mamy cyfry jedności, dziesiątek, setek i tysięcy. Idąc w prawo od przecinka napotkamy kolejno *cyfrę części dziesiętnych*, *cyfrę części setnych*, *cyfrę części tysięcznych* itd.

* W liczbie 121,34 cyfrą setek jest 1, cyfrą dziesiątek jest 2, cyfrą jedności jest 1, cyfrą części dziesiętnych jest 3, cyfrą części setnych jest 4.

Chociaż liczba 121,34 zapisana jest przy pomocy 5 cyfr, nie mówimy, że jest to liczba pięciocyfrowa. Gdy mówimy o iluś-cyfrowej liczbie mamy na myśli liczby naturalne. W przeciwnym razie nazwa ta wprowadzałaby zbyt wiele niejednoznaczności.

Mierzenie długości

Intuicje

Przydatność liczb w zapisie dziesiętnym wychodzi na jaw przy mierzeniu długości[[1]](#footnote-1).

Pewnego dnia Krzyś spojrzał na swoje biurko z pogardą – dotknęła go szpetota ordynarnego blatu wykonanego z jednolitej sklejki. Wyszedł z inwencją, by zmienić swoje dotychczasowe życie, dodając codzienności magii koloru. Postanowił okleić biurko wszerz aksamitną czerwoną tasiemką. Wziął więc tasiemkę o długości metra.[[2]](#footnote-2) Jeden metr to dość dużo – tasiemka okazała się wystawać poza krawędź biurka

1m

Ponieważ Krzyś jest perfekcjonistą, chce dokładnie określić długość tasiemki potrzebnej do oklejenia biurka. W tym celu dzieli w myślach tasiemkę na 10 równych części.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Każda z nich ma długość m, czyli 0,1 m. Spostrzegawczy Krzyś zauważa, że do szerokości biurka najlepiej dopasowuje się 8 takich fragmentów, czyli . Jednak ta dokładność wciąż nie zadowala Krzysia – teraz tasiemka nie dosięga krawędzi stołu.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0,8m | | | | | | | |
| a |  |  |  |  |  |  |  |

Idealna długość tasiemki będzie mieścić się gdzieś pomiędzy 0,8m a 0,9m. Dla uzyskania perfekcyjnego wyniku, Krzyś dzieli dziewiąty segment taśmy na 10 fragmentów. Każdy z nich ma długość takiego segmentu, czyli .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | | | | |  |
| a |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | | | | | |  |
| a |  |  |  |  |  |  |  |  |

Gdy weźmiemy 4 takie mini-segmenty, tasiemka całkiem nieźle dotyka krawędzi stołu. Wyznaczamy więc orientacyjną długość tasiemki na 0,84 m. Aby osiągnąć samospełnienie, Krzyś wyciąga lupę. Stwierdza, że 0,84 m nadal nie jest idealną długością.

|  |
| --- |
|  |
| a | |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Długość 0,842 m jest dla Krzysia zadowalająco dokładna.

Przybliżenia

Intuicje

Przed chwilą stosowaliśmy lupę, żeby przybliżyć sobie tasiemkę i lepiej zobaczyć jej segmenty. Przybliżanie liczb nie oznacza jednak przyglądania się im z bliska.

Gdyby Krzyś nie był pedantem, zadowoliłby się wynikiem pomiarów przy 0,8 m. Wtedy Krzyś dokonałby *przybliżenia* lub inaczej *szacowania*[[3]](#footnote-3)szerokości biurka. W praktyce przybliżanie wielkości to po prostu branie na oko. W matematyce jednak metody przybliżania liczb są ściśle określone.

Najczęściej dokonywanym przybliżeniem jest *zaokrąglenie* liczby. Weźmy wynik pomiarów Krzysia równy 0,842 m.

* Zaokrąglenie 0,842 do części setnych wynosi 0,84.
* Zaokrąglenie 0,842 do części dziesiętnych wynosi 0,8.
* Zaokrąglenie 0,8 do jedności wynosi 1.

Im bardziej zaokrąglamy liczbę, tym bardziej jesteśmy niedbali o jej dokładną wartość.

Zaokrąglenia zawsze dokonujemy do pewnej cyfry, np. do części tysięcznych, do części setnych, do części dziesiętnych, do jedności, albo do wyższych cyfr – do dziesiątek, do setek, do tysięcy. Aby zaokrąglić liczbę do pewnej cyfry, patrzymy na cyfrę występującą bezpośrednio po prawej. Jeśli wynosi ona 0, 1, 2, 3 albo 4, przybliżenie polega po prostu na ucięciu tej cyfry i wszystkich kolejnych. Jeśli jednak wynosi 5, 6, 7, 8 albo 9, daną cyfrę zwiększamy o 1 i ucinamy wszystkie z prawej.

* Zaokrąglenie 17,65401 do części dziesięciotysięcznych wynosi 17,6540.
* Zaokrąglenie 17,65401 do części tysięcznych wynosi 17,654.
* Zaokrąglenie 17,65401 do części setnych wynosi 17,65.
* Zaokrąglenie 17,65401 do części dziesiętnych wynosi 17,7.
* Zaokrąglenie 17,65401 do jedności wynosi 18.
* Zaokrąglenie 17,65401 do dziesiątek wynosi 20.
* Zaokrąglenie 17,65401 do setek wynosi 0.

Według międzynarodowych przeliczników miar długości mila angielska to 1,609344[[4]](#footnote-4) kilometra. Od patrzenia na taką liczbę bolą oczy. W praktyce wystarczy nam pojęcie, że mila to około 1,6 kilometra.

W zapisie dziesiętnym cyfry z lewej strony mają większą wagę i mocniej wpływają na wielkość liczby niż cyfry po prawej stronie. Każda cyfra ma wagę 10 razy większą niż cyfra bezpośrednio po prawej. W ten sam sposób każda cyfra po prawej ma wagę 10 razy mniejszą niż cyfra po lewej. Gdy czytamy liczbę od lewej do prawej, kolejne cyfry mają coraz mniejsze znaczenie i jedynie precyzują wartość liczby. Z tego powodu czasami w praktyce możemy pominąć niektóre cyfry i oglądać liczbę w uproszczonej postaci.

1. Wprawdzie nie tłumaczyliśmy jeszcze, czym jest długość, jednak mając Cię za osobę rozgarniętą, zakładamy, że wiesz, czym jest metr. [↑](#footnote-ref-1)
2. Jeśli ta tasiemka na Twoim monitorze nie ma metra, powinieneś zaopatrzyć się w większy wyświetlacz. [↑](#footnote-ref-2)
3. Słownik podaje, że „szacowny” oznacza „posiadający dużą wartość”. Nie jest to w pełni prawda – w matematyce szacować można także bardzo małe liczby. [↑](#footnote-ref-3)
4. Poprawnie liczbę tę wypadałoby odczytać „jeden i sześćset dziewięć tysięcy trzysta czterdzieści cztery milionowe”. W praktyce i tak czytamy „jeden przecinek sześć zero dziewięć trzy cztery cztery”. [↑](#footnote-ref-4)